# Om likhetstecknet som ”blir” eller ”är”

Robert Gunnarsson1 och Emma Persson1,2

1Högskolan för Lärande och Kommunikation, Jönköping University
2Handskerydsskolan, Nässjö Kommun

I denna presentation diskuterar vi förklaringsmodeller för elevers förståelse av likhetstecknet. Matematikdidaktisk forskning har ofta beskrivit elevers förståelse för likhetstecknet som att de antingen har en operationell (dynamisk) förståelse eller en relationell (statisk) förståelse. Vi har under intervjuer med elever i lågstadiet sett att eleverna tycks pendla fram och tillbaka mellan operationell och relationell förståelse, båda tycks finnas parallellt. Vår slutsats är att det behövs fler förklaringsmodeller än statisk och dynamisk uppfattning för att beskriva elevers svårighet med likhetstecknet.

Forskning om elevers svårigheter med likhetstecknet har ofta (t.ex. i Kieran, 1981) landat i *är* $3+2$ lika med $5$, eller *blir* $3+2$ lika med $5$? Dessa två beskrivs ibland som *statisk eller* *dynamisk tolkning* av likhetstecknet (Häggström et al., 2019), *relational or* *operational view* (Kieran, 1981), eller *operational or strucural understanding* (Sfard, 1991). Eleven som uppfattar likhetstecknet som en signal för att något ska göras behöver förändra sin förståelse för symbolen från det operationella (”blir”) till ett statiskt objekt (”är”) (Kieran, 1981; Knuth et al., 2006; Sfard, 1991). Det dikotomiska synsättet kring hur elever uppfattar likhetstecknet är dock på väg att brytas upp och senare forskning pekar snarare på en skala från operationell till relationell uppfattning. (Mathews et al. 2012; Rittle-Johnson et al., 2011; Sumpter & Löwenhielm, 2022). I denna studie vill vi undersöka den dikotomiska premissen, och vår fråga är om elevers förståelse för likhetstecknets funktion enkelt kan beskrivas som antingen ”blir ” eller ”är”.

Denna studie bygger på parvisa intervjuer med elever i årskurs 1, och är en delmängd av en annan studie (Persson, 2023). Intervjuerna varade ca 20 min, var semi-strukturerade och formerade som ett samtal som tog sin utgångspunkt i en frågeguide som innehöll flera olika matematiska uttryck. Intervjuerna transkriberades ordagrant och anonymiserades. Vid en re-analys av intervjuerna, vilket i förstone bekräftade slutsatserna i Persson (2023), relateras de till vad som sagts om elevers uppfattning om likhetstecknet i tidigare forskning. Speciellt en intervju gav intressant data, i denna rapport kallar vi eleverna i den intervjun Emma (elev 5 i studien) och Filip (elev 6).

Inledningsvis diskuterade eleverna med intervjuaren kring uppgiften $3+2=5$ respektive kring uppgiften $3 +\overline{}=5$ och vad likhetstecknet betyder i de båda respektive uppgifterna. Här pekar eleverna ut likhetstecknet som en signal för en handling. Likhetstecknet behövs för att visa att man gjort en beräkning, eller likhetstecknet behövs för att uttrycket ska vara meningsfullt. En stund senare i intervjun lyder frågan till eleverna ”Kan man skriva på det här sättet?” samtidigt som intervjuaren visar $\overline{}=3+2$. Att det måste vara lika mycket på båda sidor är nu centralt i Filips svar kopplar ihop likhetstecknet med en relation mellan tal. Vi noterar också att Filip signalerar likhetstecknets symmetriska egenskap, d.v.s. att $a=b ⟹ b=a$ genom att mena att man lika gärna kan skriva ”svaret” till vänster som till höger.

För nästa exempel, $6=\overline{}$, är bådas initiala svar är att det ska vara lika mycket på varje sida. Härnäst i intervjun visas uttrycket $3+2=\overline{}+3$. Eleven Filip, som tidigare under intervjun var så säker på att likhetstecknet betyder att det ska vara lika mycket på varje sida, tycks kämpa med förståelsen av uppgiften. Här tycks eleven uttrycka ett mer dynamiskt perspektiv på likhetstecknet. Filip signalerar att det är svårt att förstå uppgiften. De andra uppgifterna ger eleven (relativt) tvärsäkra svar på – även om eleven ändrar sig under svarets gång. Trots att Filip har kommit fram med förslaget att skriva $3+2=2+3$, känner han sig inte riktigt nöjd. ”Det funkar inte” är elevens spontana reaktion. Alldeles innan hade eleven uttryckt att det blir samma. Det tycks som om Filip pendlar fram och tillbaka mellan statisk och dynamisk uppfattning om likhetstecknet.

Sammanfattningsvis visar data att det inte alltid är meningsfullt att tala om elevers dynamiska eller statiska uppfattning om likhetstecknet som att det är antingen det ena eller det andra eller att det är stabila uppfattningar över tid. En elev kan ha båda synsätten samtidigt, och ge uttryck för båda sätten i stort sett samtidigt. Detta står i kontrast till dikotomin om dynamisk eller statisk uppfattning så som den beskrivs tidigare (exempelvis Kieran, 1981; Knuth et al. 2006). Snarare är det en bekräftelse på en samtidig operationell och relationell uppfattning, både ”blir” och ”är” används parallellt.

## Referenser

Häggström, J., Kilhamn, C. & Fredriksson, M. (2019). *Algebra i grundskolan*. NCM.

Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics*, *12*(3), 317-326.

Knuth, E. J., Stephens, A. C., McNeil, N. M. & Alibali, M. W. (2006). Does understanding the equal sign matter? Evidence from solving equations. *Journal for Research in Mathematics Education*, *37*(4), 297-312. http://doi.org/10.2307/30034852

Mathews, P., Rittle-Johnson, B., McEldoon, K. & Taylor, R. (2012). Measure for measure: What combining diverse measures reveals about children’s understanding of the equal sign as an indicator of mathematical equality. *Journal for Research in Mathematics Education*, *43*(3), 316-350. http://doi.org/10.5951/jresematheduc.43.3.0316

Persson, E. (2023). *Hur uppfattar elever likhetstecknet? Nyanser av statisk och dynamisk uppfattning*. Examensarbete. Jönköping University

Rittle-Johnson, B., Mathews, P. G., Taylor, R. S. & McEldoon, K. L. (2011). Assessing knowledge of mathematical equivalence: A construct-modeling approach. *Journal of Educational Psychology*, *103*(1), 85-104. http://doi.org/10.1037/a0021334

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on process and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, *22*(1), 1-36.

Sumpter, L. & Löwenhielm, A. (2022). Differences in grade 7 students’ understanding of the equal sign. *Mathematical Thinking and Learning*, 1-16. http://doi.org/10.1080/10986065.2022.2058160