En studie om elevers uppfattning om associativitet och hur det kan påverka algebraundervisningen

Robert Gunnarsson
Jönköping University

Denna presentation beskriver en pågående studie om hur associativitet kan uppfattas och hanteras i matematikundervisning. Studien syftar till att beskriva elevers olika sätt att förstå associativitet och utifrån dessa designa lämpliga undervisningsinslag för att främja elevernas algebraiska förståelse. Vissa delresultat beskrivs.

Tidig algebraundervisning (ibland kallat *early algebra*) har de senare åren dragit mot att upptäcka och uttrycka generella strukturer i matematiken (se t.ex. Kieran, Pang, Schifter, & Ng, 2016). Den form av strukturer man arbetar med inom early algebra nås typiskt som generalisering genom funktioner (Carpenter et al., 2003; Kieran, et al., 2016) eller generalisering i en aritmetisk (numerisk) kontext (Carpenter et al., 2003; Russel, Schifter, & Bastable, 2011).

Att elever får beskriva och redogöra för strukturella egenskaper i aritmetiska uttryck kan främja relationellt tänkande (Carpenter et al., 2003) och elevernas algebraiska förståelse (Mason, 2008). Olika strukturella egenskaper har tidigare studerats, inte minst rörande elevers missuppfattningar och svårigheter med dem, men associativitet verkar vara en egenskap som hittills inte rönt samma intresse (Eaves, Gilmore & Attridge, 2021). Det finns utmaningar med generalisering av den associativa egenskapen (se t.ex. Warren, 2003). Men det finns också studier som pekar i motsatt riktning, och just associativitet har föreslagits lämpligt för att främja relationellt tänkande (Carpenter et al., 2003).

Syftet med studien är att designa undervisning som kan möta elevers olika uppfattningar om associativitet och bidra till att de kan uttrycka strukturella egenskaper algebraiskt. För att uppfylla detta syfte besvaras följande frågor: (1) Vilka olika sätt att uppfatta associativitet beskriver elever? (2) Hur kan ett undervisningsinslag som möter elevers olika sätt att uppfatta associativitet designas för att stärka elevers algebraiska förståelse?

Studien genomförs som två delstudier. Del ett handlar om att undersöka elevers uppfattning om associativitet. Därför har 17 elever i årskurs 2 till 5 intervjuats individuellt där de fått möta olika par av aritmetiska uttryck. Det kunde exempelvis se ut såhär: $5+\underbrace{1+7}=5+8=13$ resp. $\underbrace{5+1}+7=6+7=13$. Totalt visades fem par av aritmetiska uttryck. Uttrycken var konstruerade utifrån principer från variationsteori för lärande (Marton, 2014) för att lyfta fram aspekter med hjälp av kontrast och generalisering. I delstudie två vill vi skapa undervisningsinslag för algebraisk förståelse. Här utgår vi igen från variationsteorins begrepp kring kontrast och generalisering för urskiljande av aspekter (enligt Marton, 2014), denna gång för att designa lärtillfällen. Det som i delstudie ett identifieras som kritiska aspekter för att urskilja associativitet kommer fokuseras på i delstudie två.

I den första delstudien kan vi se att elever uttrycker olika uppfattning om associativitet. Mer detaljer kring studien finns i Gunnarsson och Englund Eriksson (2021). En uppfattning om associativitet som framträdde tydligt i data kopplas till att de aritmetiska uttrycken ger samma (eller olika) resultat. Denna uppfattning tycks hänga samman med en uppfattning om likhetstecknet som signal för att ”göra något”. Associativitet är, enligt denna uppfattning, en följd av att de olika uttrycken resulterar i samma tal till höger. Orsaken till att $5 + \underbrace{1 + 7} = 5 + 8 = 13$ är samma sak som $\underbrace{5 + 1} + 7 = 6 + 7 = 13$ är att de båda *ger* samma högerled.

Associativitet kunde också uppfattas kopplat till något rumsligt. Denna uppfattning uttrycks ofta som att det mellersta talet (t.ex. talet 1 i uttrycket $5 + 1 + 7$) kan *flyttas* till höger eller till vänster. Man beskriver att orsaken till att $5 + \underbrace{1 + 7} = 5 + 8 = 13$ är samma sak som $\underbrace{5 + 1} + 7 = 6 + 7 = 13$ är att ettan (1) kan flyttas antingen åt höger eller åt vänster.

I data kunde även urskiljas en uppfattning om associativitet som kopplat till något tidsmässigt. Uppfattningen syntes i data där elever resonerade kring vad som skulle räknas först. Elever kunde säga sådant som att $5 + \underbrace{1 + 7} = 5 + 8 = 13$ är samma sak som $\underbrace{5 + 1} + 7 = 6 + 7 = 13$ för att man kan beräkna vilken addition som helst *först*.

Andra delstudien beräknas kunna inledas efter att restriktionerna släppt under 2022.

Referenser

Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003) *Thinking mathematically: Integrating arithmetic & algebra in elementary school*. Heinemann.

Eaves, J., Gilmore, C., & Attridge, N. (2021). Conceptual knowledge of the associative principle: A review of the literature and an agenda for future research. *Trends in Neuroscience and Education*, *23*, 100152.

Gunnarsson, R., & Englund Eriksson, C. (2021). Students discerning the associative property in numerical expressions. *Submitted.*

Kieran, C., Pang, J. S., Schifter, D., & Ng, S. F. (2016). *Early Algebra: Research into its nature, its learning, its teaching* (ICME-13 topical surveys). Springer Open.

Marton, F. (2014). *Necessary conditions of learning*. Routledge.

Mason, J. (2008). Making use of Children’s powers to produce algebraic thinking. In J.J. Kaput, D.W. Carraher & M.L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades*. (pp. 57-94). Routledge.

Russel, S.J., Schifter, D., & Bastable, V. (2011). Developing algebraic thinking in the context of arithmetic. In J. Cai & E Knuth (Eds.), Early Algebraization - A global dialogue from multiple perspectives. Springer.

Warren, E. (2003). The role of arithmetic structure in the transition from arithmetic to algebra. *Mathematics Education Research Journal*, *15*(2), 122-137.