



Forskning som en del av lärarutbildningen

Den här gången har vi valt att göra ett tema-nummer om något vi alla arbetar med, men som inte förefaller så väl beforskat – nämligen forskning som en komponent i lärarutbildningen. Numret innehåller några kortare inlägg från Sverige, sedan ett längre från USA, och naturligtvis våra återkommande inslag: fem frågor till en forskare och en forskningspresentation från en nydisputerad.

I Sverige är det som bekant ett krav i Högskoleförordningen att lärarstudenter gör ett självständigt arbete på 15-30 högskolepoäng. Det hänger ihop med föreställningen om en undervisning baserad på forskning, både när det gäller undervisningens innehåll och upplägg. Genom det självständiga arbetet vidareutvecklar studenterna sitt kritiska förhållningssätt, blir bekanta med mer forskning och lär sig att arbeta på ett undersökande sätt.

De självständiga arbetena varierar dock mycket, vilket alla som har deltagit i den senaste UKÄ-utvärdering av lärarutbildningarna vet. Ibland är frågeställningarna inte väl förankrade i existerande forskning och ibland är det som undersöks redan välkänt. En del arbeten tenderar att bli väldigt ytliga och baserade på en mycket begränsad empiri. Att förbättra det självständiga arbetet är därför ett ständigt bekymmer för många handledare. Ett sätt är att knyta de självständiga arbetena till handledarens egen forskning. I detta nummer delar två personer med sig av erfarenheterna av ett examensprojekt som var nära kopplat till existerande forskning vid institutionen och som ledde till vidare forskning. Denice D'Arcy ger oss studentens perspektiv och Jan Olsson handledarens. Kerstin Pettersson tar ett mer övergripande perspektiv när hon beskriver hur och varför hennes institution arbetar mot att knyta an studenternas examensprojekt till existerande forskning.

Jag har själv, under min tid i Sydafrika, varit med om att ha med Masters-studenter som en del i ett större forskningsprojekt. För några ledde det till stor utveckling i eget tänkande om undervisning, och för en student blev det inkörsporten till en doktorsavhandling. Andra hängde inte riktigt med i tidsplanen, vilket skapade ett hål i projektet där studentens bidrag skulle ha varit. I ett sådan upplägg finns också en stor risk att studenterna inte vill jobba precis som projektet kräver och det kan leda till konflikter. Men pratar man igenom detta först kan det ofta leda till mycket spännande möjligheter för studenterna, oavsett om de fortsätter i läraryrket eller inte. Och det kan göra det roligare och lättare att handleda. Under de senaste åren har jag istället valt att försöka att få studenter att göra studier som kompletterar det projekt jag jobbar på. Två gånger har det hänt att studenter har gjort detta. I båda fallen har de tillfört projektet ganska mycket och även varit med om att skriva forskningsartiklar om sina projekt. Det

har varit tuffare för dem, säger båda, men samtidigt ger de uttryck för hur spännande det har varit att bli utmanade till att göra något som slutligen på riktigt är ett forskningsbidrag.

Det är svårt att hitta publicerade studier om inkluderingen av forskning i lärarutbildningen. Det finns studier på specifika implementeringar av lesson study eller liknande och en del studier om vad studenterna lär sig av att analysera andras undervisning, men inte så mycket om studenters självständiga arbete. Så till detta nummers läsförslag har jag sammanställt några relativt nya referenser, som kanske kan inspirera er som tycker det kan vara värt att använda lite forskningstid på.

Ett undantag till ovanstående var dock artiklar om studenters aktionsforskning. Detta är också något som är centralt i forskning av liris Attorps (professor vid Högskolan i Gävle och docent vid Helsingfors Universitet), som har svarat på SMDFbladets fem korta frågor.

Mycket mer utforskat är praktiserande lärares deltagande i forskningsprojekt. I detta nummer beskriver Professor Beth Herbel-Eisenmann, från Michigan State University i USA, sitt mycket spännande samarbete med forskande lärare. För er som planerar att delta i ULF-projekt eller att följa uppmaningarna i utredningen om praktisknära skolforskning, *Forska tillsammans – samverkan för lärande och förbättring* (SOU 2018:19), kan kanske hennes text inspirera.

Som sista artikel, och lite utanför numrets tema, presenterar nydisputerade Anna Pansell sin avhandling. Det är inte bara jag som tycker att detta var en underbar avhandling att läsa – den blev även tilldelad Högskoleföreningens pris för framstående vetenskaplig prestation. Avhandlingen ser på en lärares praktik i relation till den så kallade *ekologi* av vilken den är del. Jag kan varmt rekommendera att läsa avhandlingen i sin helhet.

Hösten är ofta en överlastad tid. Det är inte bara barn som har behov av en paus halvvägs till jul. Låt oss hoppas att fjället står fint i år och att kängorna är väloljade! Njut av varje steg.

Styrelsen genom Iben

Ett exempel på vilka möjligheter ett examensarbete kan ge för framtida läraryrket

Av Denice D'Arcy

För att inspirera till bra examensarbeten i matematikdidaktik delas årligen Göran Emanuelsson-stipendiet ut. Denice D'Arcy är tidigare pristagare och berättar här om sitt examensarbete och vad det inneburit för hennes nuvarande yrke som matematiklärare i årskurs 4-6.

År 2016 fick jag Göran Emanuelsson-stipendiet för Sveriges bästa matematikdidaktiska examensarbete med min uppsats *Hur feedback på uppgiftsnivå och processnivå kan skilja elevers resonemang åt i matematik*. Uppsatsen handlar om vilken typ av resonemang eleverna gynnas av och hur vi som lärare kan stödja eleverna med den feedback vi ger i klassrummet varje dag.

Genom min handledare fick jag kontakt med forskargruppen LICR (Learning Mathematics by Imitative and Creative Reasoning) vid Umeå universitet som kommit fram till att elever som får möjlighet att resonera kreativt får djupare matematiska kunskaper. Kreativa resonemang innebär att eleven själva får komma fram till lösningar och sedan argumenterar för dessa. I de studier som LICR genomfört var det endast uppgiftens utformning som styrde elevernas resonemang. Därför undersökte jag hur lärare kan stödja kreativa resonemang genom feedback. De former av feedback jag undersökte var antingen riktade mot hur uppgiften kan lösas eller mot att stötta elevernas egna lösningsmetoder.



Denice D'Arcy med sin då handledare, Jan Olsson (se också nästa inlägg)

Jag kom fram till att feedback i form av frågor hur eleven tänker gjorde att de resonerade kreativt medan feedback som avslöjade lösningsmetoder gjorde att eleverna slutade resonera kreativt. Ett vanligt missförstånd är att läraren inte hjälper eleven om den inte talar om hur uppgifter kan lösas men min studie visar att det finns sätt att hjälpa eleverna utan att avslöja lösningsmetoden. Läraren hjälper eleven minst lika mycket men på ett annat sätt och, enligt de studier LICR-gruppen genomfört, lär sig eleverna mer matematik.

Examensarbetet gav mig inte bara Göran Emanuelsson-stipendiet, och möjligheten att åka på studiebesök till olika skolor i Leeds och Manchester, utan också en grund för mitt arbete som matematiklärare. Resultaten var utgångspunkt för ett forsknings- och utvecklingsprojekt jag driver tillsammans med Jan Olsson. Vi har som målsättning att komma fram till riktlinjer för undervisning där elever lär sig matematik genom kreativa resonemang och vi samarbetar fortsatt med LICR-gruppen i Umeå.



Att ta tillvara på potentialen i bra examensarbeten

Jan Olsson, Mälardalens Högskola

En del i lärarutbildningen som ska förbereda studenterna på att ha ett vetenskapligt förhållningssätt är examensarbetet. Där får studenten möjlighet att definiera ett problemområde, utforma frågeställningar och designa en studie som gör det möjligt att svara på frågeställningarna. Det är en avancerad uppgift och många studenter upplever svårigheter att under kort tid komma fram till och genomföra en studie som är relevant för deras kommande yrke. Alltför många menar att examensarbetet bara blir något som genomförs för att det ingår i utbildningen. En orsak kan vara att det är svårt att avgränsa ett problemområde som verkligen är relevant för yrket. När jag var doktorand i Umeå diskuterades i forskargruppen LICR (Learning Mathematics by Imitative and Creative Reasoning) om möjligheterna att låta examensarbetare sätta sig in i den problematik forskargruppen arbetade utifrån och få hjälp att utforma undersökbara frågeställningar.

I min undervisningsdel fick jag i uppdrag att handleda Denice D'Arcy som gick sista året på lärarutbildningen. Vid den tiden hade LICR jämfört hur elever lärde sig matematik genom kreativa eller imitativa resonemang och kommit fram till att elever som övar på uppgifter som kräver kreativa resonemang lär sig bättre än elever som övar på uppgifter som kan lösas genom imitativa resonemang. Studierna var upplagda så att uppgiftsdesignen styrde eleverna mot antingen imitativa eller kreativa resonemang och det kunde observeras att lösningsfrekvensen hos dem som löste uppgifterna som krävde kreativa resonemang endast var mellan 30 och 60%. Frågan uppstår då hur kan en lärare stötta elevernas kreativa resonemang så att fler klarar av att lösa uppgifterna. Utifrån det utformade Denice en studie som undersökte hur elever resonerar före och i samband med att de behöver hjälp och får feedback på olika sätt. Det visade sig att elever som får feedback i form av dialog, med frågor om hur de tänker och uppmaningar att testa sina lösningar, fördjupar sina kreativa resonemang medan de som får feedback innehållande tips och förslag på hur de ska lösa uppgiften slutar resonera kreativt.

Redan under examensarbetet diskuterade vi hur resultaten var relevant för undervisning. Jag tyckte ämnet var alldeles för intressant för att inte arbeta vidare med och vi kom överens om att fortsätta samarbetet. Tillsammans med Anna Teledahl från Örebro universitet/Högskolan Dalarna har vi utvecklat arbetet till ett forsknings- och utvecklingsprojekt där målsättningen är

att utforma principer för hur lärar-elevinteraktionen ska leda till att eleverna lär sig matematik genom kreativa resonemang. Arbetet sker genom att uppgifter designas, möjliga resonemang hos elever förutses och lämpligt lärarstöd för eleverna utformas. Efter lektionerna analyseras utfallet med avseende på huruvida interaktionerna leder till att eleverna resonerar kreativt eller inte och principerna revideras.

Vi har genomfört 12 cykler där principerna kontinuerligt utvecklats och står nu inför att utvidga projektet med två skolor där vi undersöker hur lärare som inte varit med och utvecklat principerna kan använda dem. Frågor handlar dels om huruvida de nya lärarnas undervisning utifrån principerna leder till att elever resonerar kreativt och vilket stöd de behöver vid implementeringen. Hittills har delar ur projektet presenterats på MADIF 11 och CERME11 och arbete med artiklar pågår.



Glöm inte att sända in bidrag till Madif-12!

sista dag 30 september 2019

Välkomna till Madif-12 den 14-15 januari 2020 på Linnéuniversitetet i Växjö. För tolfte gången har SMDF glädjen att bjuda in till detta nationella matematikdidaktiska forskningsseminarium.

Temat för seminariet är

Sustainable mathematics education in a digitalized world.

Huvudtalare är

Dame Celia Hoyles, University College London och

**Professor Paul Drijvers, Freudenthal Institute, Utrecht University and
HU University of Applied Sciences Utrecht.**

Som deltagare är du varmt välkommen att sända in bidrag till konferensens olika presentationsformer. Nytt för Madif-12 är att vi även gärna mottar workshopbidrag. Läs mer i [inbjudan](#).

Varmt välkomna hälsar SMDFs styrelse och Madifs programkommitté



Taking action on classroom discourse with teacher-researchers: The importance of research and data in changing practice

Beth Herbel-Eisenmann, Professor of Mathematics Education at Michigan State University

For about the past 15 years I've been fortunate to be involved in three long-term partnerships with different groups of mathematics teacher-researchers (TRs) and have taught courses focused on pedagogy for students who will teach learners from ages 6 to 18. I've always believed that research should inform the work of teaching, but have also strongly advocated for the stance that university faculty should learn *with* TRs and inform research ideas, methods, findings, and implications based on those collaborations. We co-author and co-present some of our learnings and findings and, if I write something without them, I ask for their feedback when I'm doing an analysis and on the findings that I write up. I also talk with them about what I'm learning from them and aspects of our partnership I'm struggling with, rather than see this relationship as my knowing more and having everything figured out.

My two longest partnerships involved collaborating with mathematics TRs who have 0-35 years of teaching experience to do action research on their classroom *discourse*. We have used the word "discourse" to refer to *anything people do to communicate with one another, including speaking, writing, drawing symbols or other representations, gesturing and other nonverbal communication, and so on*. Action research is a form of research that is: a) embedded within teachers' own practice, school situation, and community; b) requires systematic data collection and reflection; c) sees learners' perspectives as central to decision-making; and d) occurs in collaboration with colleagues and stakeholders within and/or outside the school (Ponte, Ax, Beijaard, & Wubbels, 2004). My first action research partnership was six years long and involved eight TRs who taught learners aged 11-18 in four different school districts (see Herbel-Eisenmann & Cirillo (2009) for an edited book where each of the TRs wrote a chapter about their experiences). My second (which is ongoing) has included up to nine TRs who varied over time and who all work in the same school district and most in the same school. The school serves about 800 learners aged 11-15 and is racially, linguistically, and socioeconomically diverse.

Here I focus on two areas that the TRs have felt were imperative to becoming more intentional about their practice: a) using ideas from the research literature to focus the work; and b) learning from data they collect from their classroom to inform action. Although I focus here on my work with practicing teachers, we use many of these same ideas in our work with students in our teacher preparation program, too.

Using Ideas from Research Literature

Mathematics education research has been available for over 50 years and there are some very important, provocative, and useful ideas, frameworks, and findings that we should be using.

One of the collaborative aspects of doing partnership work is that we bring together a range of interests, experiences, expertise, and access to information. For example, I have not been in the classroom full time for almost three decades and have not taught in the high-stakes testing and standards environment that is currently happening in the U.S. But, I spend a lot of time in classrooms all over the U.S., teach in our teacher preparation program, read and keep up on current theories and research, and consistently co-author articles and book chapters. The TRs have a range of years of teaching experience, have attended professional development, and have developed a lot of professional expertise and knowledge. It's powerful to bring these different understandings and experiences together toward supporting youth in their mathematics education!

As way of background, one result of the first partnership included designing a set of professional development materials that focus on particular “teacher discourse moves” (TDMs, see Table 1 below) (Herbel-Eisenmann, Steele, Otten & Johnson, 2017). We also offer two different conceptual lenses for mathematics teachers to consider as they work on testing out the TDMs with learners and systematically study how those moves might support learners’ opportunities to learn. These lenses include: a) considering how the TDMs might be used to support learners’ developing facility with mathematical discourse practices (which we call supporting “productive discourse”); and b) considering how the TDMs might be used to support learners’ ongoing identity and disposition development (which we call supporting “powerful discourse”). Both of these lenses are important because, as we communicate with learners, we not only try to help them understand mathematical ideas and discourse practices but we also are constantly negotiating relationships, sending messages to learners about who they are and what we think they are capable of (or not).

Waiting. Waiting (i.e., using “wait time”) to provide learners with time to process teacher questions and think about their responses is critical to PRODUCTIVE and POWERFUL DISCOURSE. Although teachers are probably aware of the benefits of waiting after *asking a question*, a lesser-known form of wait time (i.e., Wait Time II) involves waiting *after a learner responds*. When this second form of waiting is added, learners’ responses can become more complex (Rowe, 1986), and learners may be more likely to respond directly to their peers’ contributions.

Inviting Learner Participation. Inviting learner participation can take on multiple forms and address a variety of goals. For example, a teacher may wish to solicit multiple solutions or strategies for the same answer. Or a teacher may be looking to determine the variety of answers at which the learners arrived. One main goal of inviting is to make diverse solutions available for public consideration, a key practice related to orchestrating productive discussions (Smith & Stein, 2011). Other goals could be more social nature, such as including multiple learners in the discussion.

Revoicing. Revoicing occurs when a teacher restates or rephrases a learner’s contribution. More specifically, revoicing has been defined as “the reuttering of another person’s speech through repetition, expansion, rephrasing, and reporting” (Forman, McCormick, & Donato, 1998, p. 531). An essential ingredient of what we call “full revoicing” lies in the second part of the teacher’s contribution (O’Connor, 2009). Full revoicing occurs when the teacher checks back with the original speaker and offers an explicit opportunity to respond to questions such as “Did I get that right?”

Probing a Learner's Thinking. This move is about following up with an individual learner's solution, strategy, or question. The goal here is to have the learner elaborate on his/her ideas. For example, the teacher might ask "how", "why", or invite the learner to come up to the front of the room to provide additional information such as a diagram. Probing may stem from a teacher's genuine desire to know more about the learner's thinking, or it could be used to make a learner's thinking explicit for the benefit of the other learners.

Asking Learners to Revoice. This move is similar to the revoicing move described above except that the learners are asked to do the revoicing. It requires that learners listen to each other and allows learners opportunities to revoice ideas in their own words.

Creating Opportunities to Engage with Another's Reasoning. This move involves asking learners to engage with another person's idea. For example, the teacher might ask the class to use a particular learner's strategy to solve a similar problem or to agree or disagree with a solution. Another form that this move might be to ask learners to add on or revise another learner's explanation or conjecture. Effective use of this discourse move could be enhanced by the prerequisite use of other discourse moves and works best when learners are actively listening to each other.

Table 1: Six focal "teacher discourse moves" (Herbel-Eisenmann, et al., 2017) the TRs were incorporating and studying

All of these ideas are grounded in specific theories and research literature. The conceptualization of "productive discourse," for example, is grounded in systemic functional linguistics (e.g., Gibbons, 2009; Halliday, 1978; Pimm, 1987; Schleppegrell, 2007) and the conceptualization of "powerful discourse," is grounded in positioning theory (e.g., Harré & van Langenhove, 1999; Wagner & Herbel-Eisenmann, 2009). The TRs have found readings and discussions related to these ideas important because they make them think about aspects of their practice they hadn't considered carefully before and provide a focused set of ideas and language for them to communicate with one another about what they *are* doing and *want* to do. Most of the TRs recognized that they used *Waiting*, *Inviting*, *Revoicing* and *Probing*, but that they were not really intentional about when, how and why they used these moves. Having names for these particular moves allowed the TRs to identify them within videos of their classrooms, look for when they seem to use them, and then be more intentional about when, how, and why they use them with various learners at particular points in time. And, such reflection has allowed the TRs to identify and discuss various tensions involved in using various TDMs (see, for example, the set of chapters they wrote in Herbel-Eisenmann & Cirillo, 2009).

The last two TDMs, *Asking Learners to Revoice* and *Creating Opportunities to Engage with Another's Reasoning*, are ones that require learners listen to each other, make sense of and try out various ways of thinking about mathematics, and connect various representations or strategies toward a conceptual understanding of mathematics. They are also the two that most of the TRs realized they were either not doing at all or were doing more haphazardly. Thus, some of the TRs have really focused their attention on these two moves and realized that intentional planning is important to making sure these two moves are incorporated thoughtfully.

Across the first two years of our partnership whereby the TRs were working to become more intentional in their use of the TDMs, they saw big shifts in their classroom discourse: more learners participated and the length of their contributions were much longer. We also saw shifts in learners' willingness to take risks, share mistakes, and offer different ways to think about problems. As we examined classroom videos, however, we began to wonder more about who

was getting access consistently to providing high quality contributions. We were able to bring in a colleague, Dr. Niral Shah, whose work focuses on implicit bias and other areas of equitable practices, to help us think more deeply about implicit bias (see Herbel-Eisenmann & Shah (2019) for more detail about this part of our collaboration). Implicit bias—“the attitudes or stereotypes that affect our understanding, actions, and decisions in an unconscious manner” (Staats, Capatosto, Wright, & Jackson, 2016, p. 14)—is pervasive in all societies and has a significant impact on people’s everyday lives (Correll, Urland, & Ito, 2006; Koch, D’Mello, & Sackett, 2015). Implicit bias also impacts how we interact with learners. In whole-class discussions, for example, a teacher’s implicit bias can unintentionally privilege the participation of some learners over others. More specifically, studies have documented gendered patterns in classroom discourse, where boys receive a disproportionately greater number of high-level questions compared with girls (D. Sadker, M. Sadker, & Zittleman, 2009). Other studies have found similar patterns with respect to race, where Black learners are relegated to lower level aspects of mathematical tasks (McAfee, 2014). Thus, attending to implicit bias is important because it can prevent all learners—especially girls and learners of color—from accessing the participation opportunities needed for learning.

Learning from Data

At the beginning of the year, the TRs pick a research focus or write a research question and then collect and analyze data so they can carefully scrutinize their practice related to the focus/question. In our first presentation together, one of the TRs opened her part of the talk by saying that systematically collecting and analyzing data held her accountable “because what you think you are doing is often not what is actually happening.” All of the TRs video or audio record their interactions with their learners so they can carefully examine what they and their learners are doing and saying. Some collect learners’ written work by taking photos of the work produced during small group time or during whole class discussion. Some keep reflective journals and some have learners keep reflective journals.

As we have worked together over the past three years, the TRs have become increasingly interested in the idea of “powerful discourse” and have spent quite a bit of time developing a range of ways to collect data related to learners’ perceptions and experiences (see Busby, et al., 2017). They agree with Cook-Sather (2002) who writes that, if we are going to “make a difference with, not for, [learners],” each of us, in our own ways and in our own contexts, must embrace what Sharon Welch calls ‘a feminist ethic of risk’—a willingness to take small steps toward changing oppressive practices. ... We must reposition [learners]... with the goal of facilitating conversations in which [learner] voices can be heard and heeded as authorities on teaching and learning” (p. 28). The TRs have adopted some surveys focused on learners’ beliefs and attitudes that have been developed by the university research community. They use a survey based on complex instruction developed by Dr. Marcy Wood at Arizona State University in which learners identify a range of ways they are “smart” (see Featherstone, et al., 2011). This information has helped them incorporate problems that require many different ways of participating, draw on learners’ strengths, and help learners develop in areas in which they may need support. When we examined implicit bias, we used a classroom observation tool called EQUIP (Equity Quantified In Participation), which provides quantitative information on the distribution of participation and participation opportunities to particular groups (e.g., by race, gender) and individual students (see <https://www.equip.ninja/> and Reinholz & Shah (2018) for more information about this tool).

They have written new weekly reflection prompts for learners. For example, two TRs had learners respond to this prompt each week: In the past week, what is one idea or strategy that you have learned from someone else in class? The TRs were trying to better understand which learners were seen as mathematical authorities in the class and were also working on the

Asking and Creating TDMs. The response to this prompt provided insights into both of these because they got a sense of who was being heard in the classroom and whether learners were actually listening to each other's solutions. They have also developed short surveys to get a sense of the various ways learners feel comfortable participating and to gauge how the classroom environment and community supports their participation (or not).

Finally, some TRs now have short consistent discussions with learners about how they think class is going and to ask for their feedback about things they are maybe uncertain about or feeling frustrated with. For example, one TR felt that many learners were not as engaged as they had once been. So, she asked the learners if there was something they could do differently that might better support their engagement. Learners offered a range of ideas. As the TR tried new things based on this feedback, she was able to tell the learners that she was doing these things to try to be responsive to their feedback. We can't collect data about learners' perspectives and experiences if we do not intend to act on it and let learners know we really listened to what they said. Otherwise, learners may not share or feel that they are not being taken seriously.

Conclusion

Through partnerships with TRs, I have come to see the power and potential in offering and discussing ideas and theories from research and in using data to carefully and systematically scrutinize practice in mathematics classrooms. We have learned together how this work can impact mathematics teachers' perspectives and classroom practices and how they see and position learners. All of these aspects of our work help the TRs communicate with administration, parents, school board members, and the broader community in ways that show their level of professionalism. They can not only talk about how their work relates to some ongoing lines of research but they can also use examples from their own classrooms to illustrate how that work relates to what they do and why they do it. Such work is intense and time consuming, but the results have important implications for learners' opportunities to learn and for critically considering practices that might be creating inequitable experiences for learners.

References

- Busby, L., Goff, C., Hanton, D., Herbel-Eisenmann, B., Jones, L., Loeffert, C., Pyne, E. & Wheeler, J. (2017). Supporting powerful discourse through collaboration and action research. In A. Fernandes, S. Crespo & M. Civil. (Eds.) *Access and Equity: Promoting high quality mathematics in grades 6-8* (pp. 59-76). Reston, VA: NCTM.
- Cook-Sather, A. (2002). Re (in) forming the conversations: Student position, power, and voice in teacher education. *The Radical Teacher*, 64, 21-28.
- Correll, J., Urland, G. R., & Ito, T. A. (2006). Event-related potentials and the decision to shoot: The role of threat perception and cognitive control. *Journal of Experimental Social Psychology*, 42(1), 120-128.
- Featherstone, H., Crespo, S., Jilk, L. M., Oslund, J. A., Parks, A. N., & Wood, M. B. (2011). Smarter together! Collaboration and equity in the elementary math classroom. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Forman, E. A., McCormick, D. E., & Donato, R. (1998). Learning what counts as a mathematical explanation. *Linguistics and Education*, 9(4), 313-339.
- Gibbons, P. (2009). *English learners, academic literacy, and thinking: Learning in the challenge zone*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Halliday, M.A.K. (1978). *Language as social semiotic: The social interpretation of language & meaning*. Baltimore, MD: University Park Press.

- Harré, R. & van Langenhove, L. (1999). *Positioning theory: Moral contexts of intentional action*. Blackwell, Oxford.
- Herbel-Eisenmann, B., & Cirillo, M. (Eds.). (2009). *Promoting purposeful discourse: Teacher research in mathematics classrooms*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Herbel-Eisenmann, B., Cirillo, M., Steele, M.D., Otten, S., Johnson, K.R. (2017). *Mathematics discourse in secondary classrooms: A practice-based multimedia resource for professional learning*. Menlo Park, CA: Math Solutions.
- Herbel-Eisenmann, B. & Shah, N. (2019). Detecting and mitigating bias in our questioning patterns. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 24(5), 282-289.
- Koch, A. J., D'Mello, S. D., & Sackett, P. R. (2015). A meta-analysis of gender stereotypes and bias in experimental simulations of employment decision making. *Journal of Applied Psychology*, 100(1), 128.
- McAfee, M. (2014). The kinesiology of race. *Harvard Educational Review*, 84, 468-491
- O'Connor, C. (2009). Reflecting on and adjusting one's own talk. In B. Herbel-Eisenmann & M. Cirillo (Eds.), *Promoting purposeful discourse: Teacher research in mathematics classrooms* (pp. 179-184). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically*. London and New York: Routledge and Kegan Paul.
- Ponte, P., Ax, J., Beijaard, D., & Wubbels, T. (2004). Teachers' development of professional knowledge through action research and the facilitation of this by teacher educators. *Teaching and Teacher Education*, 20(6), 571-588.
- Reinholz, D. L., & Shah, N. (2018). Equity analytics: A methodological approach for quantifying participation patterns in mathematics classroom discourse. *Journal for Research in Mathematics Education*, 49(2), 140-177.
- Rowe, M. B. (1986). Wait time: slowing down may be a way of speeding up!. *Journal of Teacher Education*, 37(1), 43-50.
- Sadker, D., Sadker, M., & Zittleman, K. R. (2009). *Still failing at fairness: How gender bias cheats girls and boys in school and what we can do about it*. New York, NY: Simon and Schuster.
- Schleppegrell, M. J. (2007). The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: A research review. *Reading and Writing Quarterly*, 23, 139-159.
- Smith, M. S., & Stein, M. K. (2011). *Five practices for orchestrating productive mathematics discussions*, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Staats, C., Capatosto, K., Wright, R. A., & Jackson, V. W. (2016). *State of the science: Implicit bias review*. Retrieved from The Ohio State University:
<http://kirwaninstitute.osu.edu/researchandstrategicinitiatives/implicit-bias-review/>
- Wagner, D., & Herbel-Eisenmann, B. (2009). Re-mythologizing mathematics through attention to classroom positioning. *Educational Studies in Mathematics*, 72(1), 1-15.



Fem korta frågor

Iris Attorps (<https://www.hig.se/Ext/Sv/Organisation/Akademier/Akademin-for-teknik-och-miljo/Personalsidor/liris-Attorps/liris-Attorps.html>), är professor vid Högskolan i Gävle och docent vid Helsingfors Universitet. Hon svarar på SMDFbladets fem korta frågor.

- Vad är roligast och svårast med ditt arbete som forskare?

Det roligaste

- Det roligaste är att jag har möjlighet att systematiskt tillämpa matematikdidaktiska teorier i praktiken och se att de gör skillnad i elevers och studenters lärande.

Det svåraste

- Matematikdidaktik har interdisciplinär karaktär dvs forskningen inom matematikdidaktik kan ha olika hemvist och kräver därmed kompetens inte enbart inom matematik utan också inom flera stödämnen såsom pedagogik och psykologi.

- Vilka är dina aktuella forskningsfrågor, vad söker du svar på?

- Det nuvarande projektets övergripande syfte är att synliggöra erfarenheter av och lyfta fram olika exempel på hur man kan arbeta kollegialt för att utveckla ämnesundervisning och lärande inom matematik och naturvetenskap. Jag bedriver forskningen i samarbete med min kollega

Eva Kellner, lektor i biologi, och med lärare och rektorer i grundskolan.

Projektet fokuserar på fyra frågeställningar:

- Hur arbetar arbetslag i syfte att utveckla undervisning och lärande i matematik och naturvetenskap?
- Hur arbetar rektorer för att stimulera lärares kollegiala arbete inom lärarlag i grundskolan, i syfte att utveckla ämnesundervisning?
- Hur kan man öka samverkan mellan skola och högskola genom aktionsforskningsprojekt?
- Hur kan kollegialt lärande i lärarlag inom matematik och naturvetenskap utvecklas genom aktionsforskningsprojekt?

- Vad skulle du själva säga är ditt viktigaste resultat eller det viktigaste du har lärt, till nu?

- Undervisning och lärande i matematik är ett komplext fenomen och omfattar många faktorer som kan ha inverkan på



Iris Attorps

elevernas/studenternas lärande. I våra studier i matematikdidaktik har vi utgått från det variationsteoretiska perspektivet på matematikundervisning. Genom att tillämpa "Learning Study"-modellen i våra studier har vi kunnat se att lärarnas medvetenhet om lärandeobjektets kritiska aspekter har ökat och att medvetenheten har påverkat elevernas/studenternas lärande. Vi anser att modellen är ett användbart sätt att studera undervisning och lärande i matematik i den högre utbildningen. Studierna har gett oss en unik möjlighet att se hur en kollega undervisar ett visst ämnesinnehåll. De har också gett oss möjlighet att tillsammans reflektera om och analysera studenters lärande i matematik.

Vilken bok eller artikel, som i arbetet eller privat inspirerat dig, vill du rekommendera att vi läser?

- I "Utvandrarna", som inleder Vilhelm Mobergs romanserie, får vi följa Karl Oskar och Kristina och alla de andra som vid mitten av 1800-talet lämnar föräldrar och släktingar och fattigdomens Sverige för en färd till en okänd kontinent med ett främmande språk. Självlämnade jag på 1970-talet min hembygd i finskspråkiga Karelen för att studera i Umeå. Min resa var naturligtvis långt mindre dramatisk. Ändå finns det paralleller. Längtan efter en bättre framtid och oro för hur livet i det nya landet skulle utveckla sig. Mobergs romaner har därför gett mig så mycket.

- Vad gör du när du inte forskar?

- Jag umgås med min familj och vänner och jag älskar att bada bastu och simma. Att arbeta i trädgården ger avkoppling på min fritid.



Nytt medlemskap betalas in i samband med anmälan till Madif-12

I januari är det äntligen dags för nästa Madif och med den startar en ny medlemsperiod för SMDF. Vi vill därför påminna alla som anmäler sig till Madif-12 att samtidigt betala medlemsavgiften för den nästkommande perioden, 1 januari 2019 - 31 december 2020.



Tydligare forskningsanknytning i självständiga arbeten

Kerstin Pettersson, Stockholms universitet

Självständigt arbete, examensarbete, uppsats. Benämningarna är många men alla har de samma mål: Att studenterna som en del av sin lärarytelse ska genomföra ett forskningsliknande arbete där de visar sin förmåga att "kritiskt och självständigt tillvarata, systematisera och reflektera över egna och andras erfarenheter samt relevanta forskningsresultat" (från examensmålen).

Vi på MND vid Stockholms universitet har under lång tid diskuterat hur vi ska få studenterna att genomföra sina självständiga arbeten närmare den forskning i matematikdidaktik som vi bedriver. Det skulle vara en win-win- situation att få studenter att genomföra sina arbeten som en del av någon av våra forskningsgrupper. Studenterna skulle få handledare som i mycket hög grad är inlästa på området, vi handledare skulle få handleda om något vi brinner för, forskningsprojekten skulle kunna få nytta av resultat från flera mindre studier som studenterna kan bidra med, studenterna skulle se att deras arbete betyder något som en del i ett större projekt och de skulle kunna delta i seminarier som forskargruppen har. Tyvärr finns praktikaliteter som har hindrat oss. Det har handlat om forskares arbetstid, tjänstefördelningsproblematik, hur studenterna skulle välja eller tilldelas handledare, osv. Men nu har vi inför detta läsår för en av våra studentgrupper lyckats få till ett system som möjliggör att studenterna utför sitt arbete i en forskargrupp.

Inom *Magisterprogrammet i matematikämnets didaktik* skriver studenterna ett avslutande självständigt arbete om 15 hp. I *Masterprogrammet i matematikämnets didaktik* ingår ett arbete om 30 hp. Även i *ämnesläroprogrammet i matematik* vid Stockholms universitet ingår ett självständigt arbete i matematikämnets didaktik om 30 hp. Ämnesläroprogrammet har ett upplägg så att studenterna efter avslutade studier får både en ämnesläroexamen och en masterexamen i matematikämnets didaktik.

Inför läsåret 19/20 har de studenter som ska skriva självständigt arbete för magister- eller masterexamen fått ansöka om att bli del av någon forskares arbete. Forskarna har presenterat möjliga projekt, och studenterna kan välja från en [lista](#).

Studenterna kontakter den forskare som ansvarar för det projekt inom vilket de är intresserade att göra sitt självständiga arbete. Vid kontakten diskuteras tänkt innehåll och forskarens möjligheter att handleda studenten. Efter handledarens godkännande anmäls studenten till kursen och tid för handledning tilldelas forskaren. Detta läsår har vi sex studenter som registrerats för dessa arbeten. Två av dessa studenter har visat intresse för mitt arbete om tröskelbegrepp. Jag kommer med start i november att handleda dessa två studenter och de kommer att undersöka var sitt begrepp från gymnasieskolans matematik.

Jag har handlett ett stort antal självständiga arbeten tidigare, men detta är första gången dessa arbeten ligger så nära min egen forskning att jag omgående kan tipsa studenterna om några artiklar att läsa som grund för deras fortsatta arbete. Det ska bli oerhört spännande att följa dessa studenters arbeten och se hur kopplingen till min forskning kan påverka kvaliteten i deras uppsatser.



Nydisputerade presenterar sin forskning

Anna Pansell med fokus på lärares praktik i relation med den omgivande kontexten

*Anna Pansell disputerade 2018, vid Stockholms Universitet, med avhandlingen *The Ecology of Mary's Mathematics Teaching: Tracing Co-determination within School Mathematics Practices*. För sin avhandling blev Anna tilldelad Högskoleföreningens pris för framstående vetenskaplig prestation.*

Lärares matematikundervisning har studerats på många olika sätt. Mer sällan studeras lärares praktik tillsammans med de kontexter som omger den. Ett grundantagande i avhandlingen är att det är nödvändigt att se lärares bredare sammanhang för att få en djupare förståelse för matematikundervisning. Kontexter som omger matematiklärare behöver studeras men också hur dessa kontexter samverkar med varandra. En



Anna Pansell, photo: Ann Fridell, MND, Stockholms Universitet

mängd olika kontexter skapar ett sammanhang för lärares undervisning. Hur matematik undervisas bestäms inte i någon av kontexterna, det är snarare så att flera kontexter samverkar till att avgöra hur matematik undervisas och lärare behöver förhandla de olika kontexternas beskrivning av både matematikinnehållet och hur det ska undervisas. I min studie har jag studerat en lärares, Mary, matematikundervisningspraktik tillsammans med tre andra kontexter som omger henne. Kontexterna, förutom Marys undervisning, är lärarkollegorna som hon diskuterar sin undervisning med, läroböckerna som hon använder och läroplanen. Att följa hur dessa fyra kontexter beskriver olika matematikinnehåll blev ett sätt att se hur de olika kontexterna samverkar till att avgöra vad som blir möjligt att undervisa.

Med ett syfte att fördjupa förståelsen för sammanhangets betydelse för lärares matematikundervisning studerades de fyra kontexterna i relation till varandra på olika sätt, i fyra delstudier. Först har Marys matematikundervisning studerats i relation till lärargruppen med fokus på hur Marys matematikundervisning motiveras i relation till samtalet i lärargruppen. I den andra studien studerades Marys problemlösningundervisning i relation till hur undervisning om problemlösning beskrevs i läroböcker och läroplan. I den tredje studien utforskades praxeologi som analytiskt verktyg för att förstå hur matematik privilegieras i en undervisningspraktik i relation till hur matematik privilegieras i läroböcker. I den fjärde studien spårades argument och grundläggande principer för undervisningen om rationella tal i de fyra olika kontexterna.

The Ecology of Mary's Mathematics Teaching

Tracing Co-determination within School Mathematics Practices

Anna Pansell



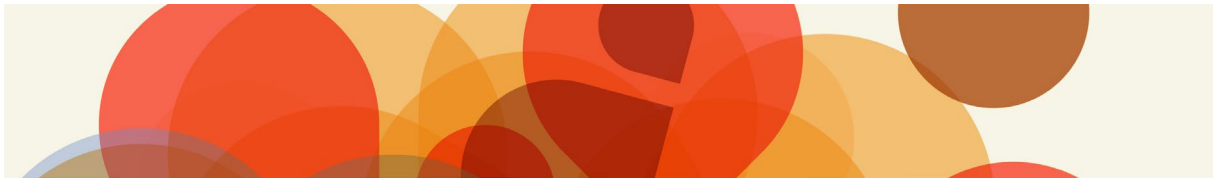
Doctoral Thesis in Mathematics Education at Stockholm University, Sweden: 2018

*Annas avhandling - med ritning av Mary
gjort av Annas dotter*

För att studera de olika kontexterna användes ATD, som Chevallard beskriver. I ATD beskrivs de kontexter som omger och påverkar lärares undervisningspraktik som en ekologi. I ekologin samverkar kontexterna till att avgöra vad undervisningen utgörs av. Klassrumsobservationer och intervjuer gav datamaterial från Marys undervisningspraktik. Observationer av lärargruppsdiskussioner gav data från lärargruppen. Läroböcker och lärarhandledningar gav datamaterial från kontexten läroböcker. Läroplanstexter som kursplan och kommentarmaterial gav datamaterial från kontexten läroplan.

Analysen visade stora likheter mellan hur matematik kommunicerades i de olika kontexterna. Alla betonade liknande sätt att undervisa problemlösning, aspekter av rationella tal, matematiska värderingar och förklaringar av vinklar. Mary förankrade dock sina argument för matematikundervisning i delvis andra teoretiska principer än de som privilegierades i ekologin som helhet.

Teoretiska principer var inte uttryckligen kommunicerade i någon kontext. Vilka principer som grundade argumenten för undervisningen är i sig ett resultat av analysen. En slutsats är att lärare behöver få engagera sig i de principer som finns bakom den privilegiering av matematik som uttrycks i kontexter de behöver förhandla med. Dessa principer behöver diskuteras och utmanas. En annan slutsats är vikten av att lärare får engagera sig i vetenskaplig litteratur så att de blir påverkade av andra källor än de närmaste kontexterna. Studien pekar också på behovet att studera läroböcker och läroplaner, inte bara i termer av hur lärare använder dem utan också hur de privilegierar matematik. Sådana studier kan leda till att vi förstår lärares undervisningspraktik och vad lärare måste förhandla med och hur dessa förhandlingar möjliggör och förhindrar matematikundervisningen.

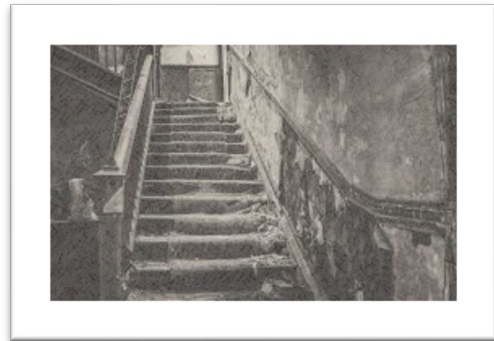


Mathematical characters (part three)

∞ . Aleph & P.I. Nollrum

It must have been a long time since someone ventured down this stairway! Carefully, 2x moved onto the first step. The move released an ominous sound which reminded 2x of the horror movie where the null operator went berserk. Surely, this was a mistake? Yet, he eased further down until he arrived at a landing. Even looking up to the door he had just entered through, the staircase looked abandoned.

The staircase appeared to continue downwards ∞ ly, but after two floors, the steps were so broken that 2x found it impossible to venture any further. This must be level -2 then, he decided. The door he faced was hard to wrestle open, and its ancient hinges looked about to give in. But surprisingly, the corridor in which he found himself was sparkling clean. There was only one office door as far as he could see. He knocked; no response. He knocked again. Still nothing. He pushed open the well-oiled door. What met him was a sight unlike any he had ever seen.



In front of him stretched the plane. Dots of light moved across it, some in linear patterns; others in different ways. Briefly, a line appeared. For several minutes, 2x was mesmerized. He looked around for assistance, but found no one. Finally, he realized that he was almost standing on top of a console.



As he worked his way through, entering the values DIM=1 for the dimensions of his variable, $n_i=n_j=2$ for his function space, and $k_i=k_j=2$ for his variable, he saw the lights in the room turn off one by one. No matter how many times he pressed *Search* or *Show*, no lights flashed on, and the automated voice repeated:

"We regretfully have to inform you that there are no current jobs for .. linear .. functions with /constant/ coefficients. Vi måste tyvärr upplysa att det inte finns aktuella jobb för .. linjära .. funktioner med .. konstanta .. koefficienter. 遗憾的是 · 我们必须告知 .. 您 · 对于具有 .. 常系数 .. 的线性函数 · 目前没有工作 ..."

To be continued...



Några läsförslag på forskning om forskning som en komponent i lärarutbildning

Nedan presenteras ett axplock av texter relaterade till detta SMDFblads tema. Texterna är grupperade efter innehåll. Listan är på inget sätt fullständig och om du som läsare känner till någon bra text, som du tycker saknas, så skriv gärna till oss så nämner vi det i nästa nummer.

Forskning som en del av matematiklärarutbildning

Compton, A., Rogers, E., Johnstone, C., & Wait, D. (2019). Learning about research by doing research: developing student researchers. *IMPact The University of Lincoln Journal of Higher Education Research*, 5(1).

Kowalczyk-Walędziak, M., Lopes, A., Underwood, J., Daniela, L., & Clipa, O. (2019). Meaningful time for professional growth or a waste of time? A study in five countries on teachers' experiences within master's dissertation/thesis work. *Teaching Education*, 1-21.

Rapke, T., & Karrass, M. (2018). Learning about Teaching through Research and Vice Versa: Towards Developing Methods in Graduate Coursework. *Mathematics Teacher Education and Development*, 20(2), 58-74.

Wilhelm, J., & Fisher, M. H. (2019). Creating Academic Teacher Scholars in STEM Education by Preparing Preservice Teachers as Researchers. In B. Doig, J. Williams, D. Swanson, R.B. Ferri & P. Drake (Eds.). *Interdisciplinary Mathematics Education* (pp. 281-296). Springer, Cham.

Studier om implementering av lesson study eller motsvarande

Amador, J. M., & Carter, I. S. (2016). Audible conversational affordances and constraints of verbalizing professional noticing during prospective teacher lesson study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, <https://doi.org/10.1007/s10857-016-9347-x>

Helgevold, N., Næsheim-Bjørkvik, G., & Østrem, S. (2015). Key focus areas and use of tools in mentoring conversations during internship in initial teacher education. *Teaching and Teacher Education*, 49, 128–137.

Peterson, B. E. (2005). Student teaching in Japan: The lesson. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(1), 61-74.

Rasmussen, K. (2016). Lesson study in prospective mathematics teacher education: didactic and paradidactic technology in the post-lesson reflection. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19(4), 301-324.

Studier om vad studenterna lär sig av att analysera undervisning

Cavanagh, M., & McMaster, H. (2015). A professional experience learning community for secondary mathematics: developing pre-service teachers' reflective practice. *Mathematics Education Research Journal*, 27(4), 471–490.

Manouchehri, A. (2002). Developing teaching knowledge through peer discourse. *Teaching and Teacher Education*, 18(6), 715–737.

Masingila, J. O., & Doerr, H. M. (2002). Understanding pre-service teachers' emerging practices through their analyses of a multimedia case study of practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(3), 235-263

Stockero, S. L. (2008). Using a video-based curriculum to develop a reflective stance in prospective mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(5), 373.

Yeşildere İmre, S., & Akkoç, H. (2012). Investigating the development of prospective mathematics teachers' pedagogical content knowledge of generalising number patterns through school practicum. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(3), 207–226.

Effekt av studenters läsande av forskningsartiklar

Kaasila, R., & Lauriala, A. (2012). How do pre-service teachers' reflective processes differ in relation to different contexts? *European Journal of Teacher Education*, 35(1), 77-89.

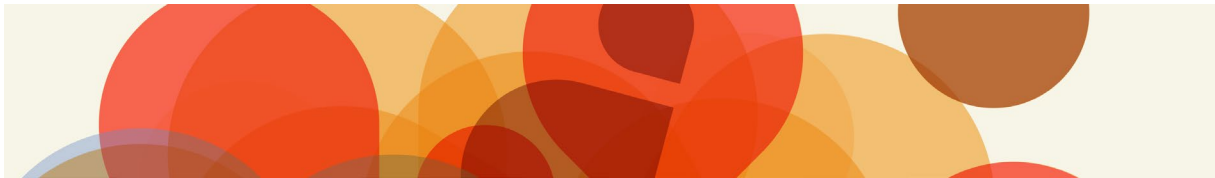
Aktionsforskning

Amir, A., Mandler, D., Hauptman, S., & Gorev, D. (2017). Discomfort as a means of pre-service teachers' professional development—an action research as part of the 'Research Literacy' course. *European Journal of Teacher Education*, 40(2), 231-245.

Mostofo, J., & Zambo, R. (2015). Improving instruction in the mathematics methods classroom through action research. *Educational Action Research*, 23(4), 497-513.

En nytkommen bok från Göteborgs universitet

Frank, O. (red). (2019). *Vetenskaplighet i högre utbildning. Erfarenheter från lärarutbildning*. Lund: Studentlitteratur.



S MDF-föreningen

Lediga tjänster – nu på SMDFs hemsida

SMDF hjälper gärna till att sprida information om utlysning av tjänster i matematikdidaktik. Om du vill att vi hjälper just ditt lärosäte eller din organisation så skicka ett mail, med information om och länk till den aktuella befattningsprofilen, till linda.mattsson@bth.se så annonserar vi om tjänsten på hemsidan. Med tiden hoppas vi att sidan också kan utgöra en god utgångspunkt för dig som är intresserad av framtida lediga tjänster inom fältet.

Välkommen på vår gemensamma resa med SMDF!

Du är viktig! En förening består av och finns till för sina medlemmar. Som medlem kan du både påverka föreningens verksamhet och delta i de aktiviteter föreningen ordnar. Ju fler medlemmar vi är i SMDF desto viktigare aktör kan vi vara inom det matematikdidaktiska fältet i Sverige och Norden.

Medlemskapet löper 2-årsvis från 1 januari jämna år. Årsavgiften för perioden 1 januari 2019 till 31 december 2020 är 300 kronor. Inbetalningen görs på Plusgiro 498 89 74-4, med adress Svensk Förening för Matematikdidaktisk Forskning, SMDF. Ange ditt namn och din e-postadress vid inbetalningen.

Glöm inte meddela byte av epostadress

För att vara säker på att du inte missar något kommande SMDFblad, vill vi påminna om att ni inför nya uppdrag, som innebär ny epostadress, bör meddela adressändringen till oss på SMDF. Kontakta vår kassör Jonas Dahl, jonas.dahl@mau.se, så uppdaterar han våra listor.

Tips till SMDF

SMDF:s syfte är att utgöra en mötesplats för alla som är intresserade av matematikdidaktisk forskning med målet att öka kvalitén på och sprida resultat från matematikdidaktisk forskning i Sverige. Har du tips på spännande forskning du tycker vi ska bevaka, förslag på verksamhetsmål vi borde arbeta mot, rekommendationer om en utvecklande kurs som ska ges eller uppslag till artiklar så är du himla välkommen att höra av dig till oss i SMDF. Du hittar våra kontaktuppgifter på hemsidan.

